

Descrierea soluției - problema Plaja

Autor: prof. Constantin Gălățan

C. N. „Liviu Rebreanu” Bistrița

Soluție $O(N * \log N * \log T)$

Răspunsul se caută binar. Fie t_0 o valoare de test în căutarea binară. Pentru fiecare zi $d[i]$ dintre cele cu limită superioară pentru timpul de plajă, se reține un interval de forma $[d[i] - x, d[i] + x]$, astfel încât pentru orice zi din acest interval, nu este posibil să se atingă timpul t_0 , datorită restricției T din enunțul problemei. $x = (t_0 - t[i] - 1)$ este distanța în zile dintre ziua $d[i]$ și cea mai îndepărtată zi pentru care nu se poate atinge valoarea T . Avem: $x = (t_0 - t[i] - 1) / T$. Cele K intervale conțin doar zile pentru care nu se poate ajunge la valoarea t_0 . Aceste intervale se pot intersecta sau nu. Dacă exista cel puțin o zi neacoperită de nici un interval, atunci valoarea T poate fi atinsă sau eventual depășită. Capetele intervalelor se pot reține într-un șir cu valorile $+1$ pentru capătul stânga, respectiv -1 pentru cel din dreapta. Se ordonează șirul și se însumează valorile. În momentul în care se atinge valoarea 0 , suntem în afara oricărui interval dintre cele de mai sus. Punctaj acordat: aproximativ 90 de puncte.

Soluție $O(N * \log T)$

Se procedează ca mai sus, doar că pentru determinarea unei sume parțiale de valoare 0 , se pot face update-uri cu ajutorul unui algoritm de tip “mars”. Dezavantajul metodei este că necesită un șir de dimensiune N , ceea ce duce la depășire de memorie pentru testele cu N foarte mare. Punctaj acordat: aproximativ 65 de puncte.

Soluție $O(K * \log T)$

Se observă că parcurgând zilele cu limitări pentru timpul de plajă, este posibil să găsim o zi $d[i]$ cu restricția de timp $t[i]$, care face imposibil faptul ca în ziua $d[i + 1]$ să se atingă valoarea $t[i + 1]$. Astfel, vom parcurge cele K zile cu restricții și pentru fiecare valoare $t[i]$ vom reduce valoarea $t[i + 1]$ la o nouă valoare posibil a fi atinsă. Apoi același lucru se va face pornind de la sfârșitul șirului t către începutul său. În etapa următoare se poate căuta binar răspunsul pentru fiecare pereche de zile de forma $(d[i], d[i + 1])$, iar verificarea posibilității de a se atinge o valoare propusă t_0 , de face printr-o testare relativ simplă:

$$d[i + 1] - d[i] \geq (t_0 - t[i] + T - 1) / T + (t_0 - t[i + 1] + T - 1) / T;$$

Punctaj acordat: 100 de puncte

Soluție $O(k)$ (Balțatu Andrei-Mircea)

Inițial se iau cele k zile restricționate și se aduc la valorile maxime posibile, adică pentru o zi $1 \leq i \leq m$ cu valoarea inițială $t(i)$ și poziția $x(i)$, dacă există o altă zi j și $t(j) + T * \text{abs}(x(i) - x(j)) < t(i)$, atunci $t(i)$ se scade deoarece este restricționat de alte zile. (abs – funcția modul).

Apoi observăm că putem afla răspunsul între oricare două zile consecutive în $O(1)$. Având cele două zile (X - în stânga, Y - în dreapta), știm că fiecare va crește cu T în drumul spre ziua maximă. Astfel,

aducem pe minimul dintre ele, adică $\min(t(X), t(Y))$ la un număr $nr \leq \max(t(X), t(Y))$ cât mai mare, după care ambele încep să crească cu T alternativ, spre o poziția P necunoscută. În funcție de paritatea secvenței de zile rămase după ce am crescut minimul dintre ele, putem afla poziția de valoare maximă (P) în funcție de paritatea secvenței de zile rămase. Punctaj: 100 de puncte